

## VII OLIMPIADA FIZYCZNA (1957/1958). Stopień III, zadanie doświadczalne – D

**Źródło:** Komitet Główny Olimpiady Fizycznej;  
Stefan Czarnecki: *Olimpiady fizyczna VII – VIII*. PZWS, Warszawa 1964,  
str. 66 – 75.

**Nazwa zadania:** Badanie układu z neonówką<sup>1</sup>

**Działy:** Elektryczność

**Słowa kluczowe:** drgania relaksacyjne, okres, ładunek, ładowanie, rozładowanie, źródło, prąd, napięcie, natężenie, opór elektryczny, pojemność, opornik, obwód, amperomierz, neonówka, kondensator, prawo Ohma, wyłącznik, doświadczenie, pomiar.

### Zadanie 4, doświadczalne – D, zawody III stopnia, VII OF

1. Posługując się źródłem prądu stałego, potencjometrem<sup>2</sup> i woltomierzem, wyznacz napięcie zapłonu i napięcie gaśnięcia neonówki (jest to pomiar orientacyjny). Który z tych dwóch pomiarów jest dokładniejszy?
2. Zestaw układ, w którym kondensator o znanej pojemności  $C$  ładuje się ze źródła prądu stałego przez szeregowo włączony opór  $R$ , a osiągnąwszy odpowiednie napięcie samoczynnie rozładowuje się przez neonówkę.

Napięcie źródła powinno być większe od napięcia zapłonu neonówki (zjawisko rozładowania zachodzi periodycznie, a cały proces nosi nazwę drgań relaksacyjnych).

- a) Zbadaj okres błysków neonówki w zależności od pojemności  $C$  i wykreśl odpowiednią krzywą.
- b) Zbadaj okres drgań relaksacyjnych w funkcji oporu  $R$  i wykreśl odpowiednią krzywą.
- c) Opierając się na wynikach poprzednich pomiarów, wyznacz nieznaną pojemność  $C_x$  i nieznaną opór  $R_x$ .
- d) Zanalizuj jakościowo zaobserwowane zależności. Wyjaśnij, dlaczego czas upływający od chwili zamknięcia obwodu ładowania kondensatora do pierwszego błysku neonówki jest dłuższy, niż okres drgań relaksacyjnych.

Jak przypuszczalnie zmienia się napięcie w czasie drgań relaksacyjnych?

Naszkiej odpowiednią krzywą.

Uwaga praktyczna

Jeżeli kondensatory o pojemnościach  $C_1, C_2, \dots, C_n$  połączymy równolegle, to łączna pojemność  $C$  takiego układu jest dana wzorem

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n.$$

W przypadku łączenia szeregowego mamy wzór

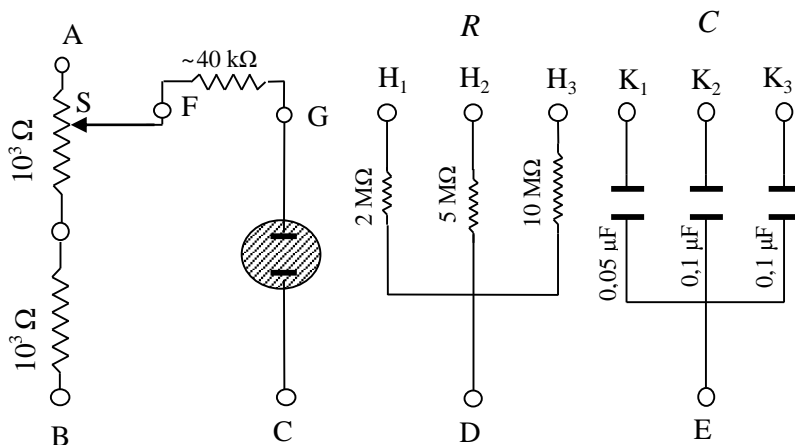
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}.$$

<sup>1</sup> Zjawisko drgań relaksacyjnych ma swój analog mechaniczny dla „oscylacji wodnych” – patrz np. zadanie doświadczalne III stopnia z IX Olimpiady fizycznej – *Badanie wypływu wody z lewara i butelki Mariotte’a*.

<sup>2</sup> Potencjometrem nazywamy opornik z przesuwalnym trzecim kontaktem.

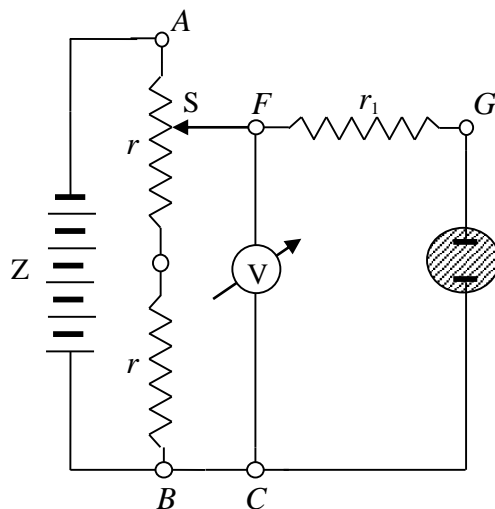
## Rozwiązanie

Uczniowie otrzymali gotowe zestawy zmontowane na odpowiednich drewnianych podstawkach, a złożone z potrzebnych elementów. Zestawy te były zaopatrzone w szereg gniazdek i przez łączenie ich odcinkami przewodów z wtyczkami uczeń mógł uzyskać wszelkie układy pomiarowe, potrzebne do rozwiązania zadania. Taki zestaw przedstawia schematycznie rys. 1.



Rys. 1

W celu zbadania napięć zapłonu i gaśnięcia neonówki należało zewrzeć na krótko gniazdko B i C, między C i F włączyć woltomierz i wreszcie przyłączyć źródło napięcia do gniazdek A i B. W ten sposób otrzymuje się układ połączeń, jaki przedstawia schemat na rys. 2.



Rys. 2

Między punktami A i B panuje stałe napięcie, jakiego dostarcza źródło Z. Ponieważ zaś przy stałym natężeniu prądu  $I^3$  spadek napięcia jest proporcjonalny do oporu

$$\Delta U = I \cdot \Delta r.$$

Przeto przesuwając ślizgacz S potencjometru P możemy regulować praktycznie w ciągły

sposób potencjał punktu  $F$ . Istotnie, przesuając  $S$  zaobserwujemy zmiany wskazań woltomierza, będzie on wskazywał napięcia w granicach od  $\frac{U}{2}$  do  $U$  (woltomierze, jakie otrzymali zawodnicy, posiadały zakresy pomiarowe od 0 do 150 V).

Podnosząc stopniowo napięcie w sposób opisany wyżej, stwierdzamy, że przy pewnym określonym napięciu neonówka się zapala. Równocześnie z zapaleniem się neonówki występuje nieznaczny spadek wskazania woltomierza. Związane jest to z tym, że przy zapaleniu się neonówki zaczyna przez nią płynąć prąd, wzrasta nieco natężenie prądu w odcinku  $AS$  uzwojenia oporowego potencjometru, a to z kolei pociąga za sobą lekki wzrost spadku napięcia. Za napięcie zapłonu  $U_z$  neonówki uznamy wartość napięcia, jaką wskazuje woltomierz *tuż przed* jej zapaleniem się. Pomiar przeprowadzamy kilkakrotnie i obliczamy średnią.

W celu dokonania pomiaru napięcia gaśnięcia musimy obniżać napięcie począwszy od  $U$ , a więc *w czasie palenia się neonówki*, i obserwować wskazanie woltomierza w momencie *tuż przed* zgaśnięciem neonówki (w podobny sposób i z tych samych przyczyn co poprzednio w momencie gaśnięcia wskazanie woltomierza nieznacznie wzrośnie). Za wartość napięcia gaśnięcia przyjąć należy, podobnie jak poprzednio, średnią kilku pomiarów.

Jednakże przy pomiarze napięcia gaśnięcia popełniamy błąd systematyczny. W poprzednim pomiarze potencjały w punktach  $F$  i  $G$  były równe. Wskazanie woltomierza dawało bezpośrednio napięcie przyłożone do neonówki. Obecnie pomiaru dokonujemy *w czasie* palenia się neonówki, a więc wtedy, gdy przez neonówkę i opór  $r'$  płynie pewien prąd o natężeniu  $i$ . Na oporze  $r'$  następuje spadek napięcia  $\Delta U = ir'$ . Prawdziwe napięcie gaśnięcia neonówki jest zatem nieco niższe

$$U_z = U_w - Ir',$$

gdzie  $U_w$  oznacza wartość wskazaną przez woltomierz. Błąd ten dałoby się wyeliminować, gdyby uczniowie mieli do dyspozycji jeszcze miliamperomierz o niskim oporze. Pomiar natężenia  $i$  pozwoliłby obliczyć poprawkę  $\Delta U$ .

Mogłoby się Czytelnikowi zdawać, że najlepiej byłoby usunąć opór  $r'$  i pomiar  $U_g$  byłby od razu dokładny. Nie wolno jednak tego zrobić ze względu na bezpieczeństwo neonówki. Opór neonówki w chwili zapłonu nagle gwałtownie maleje, wskutek czego natężenie prądu przez nią płynącego, w nieobecności oporu  $r'$  (opór zabezpieczający), wzrosłoby powyżej dopuszczalnej wartości i neonówka uległaby zniszczeniu.

Oto wyniki otrzymane przez jednego z zawodników:

Pomiar	1	2	3	4	średnia
$U_z$ , V	96	97	96	97	96,5
$U_g$ , V <sup>4</sup>	81	80	79	80	80,0

Przechodzimy obecnie na badania drgań relaksacyjnych.

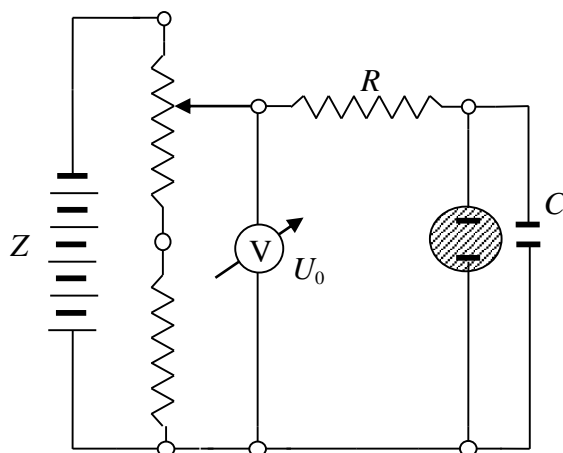
a) Dla znalezienia zależności okresu od oporu  $T = f(R)$  przekształcimy obwód w sposób następujący. Zwieramy gniazdko B, C i E (rys. 1), gniazdko G łączymy z jednym z gniazdek K. Dalej – usuwamy opór zabezpieczający  $r'$  i między G i F włączamy rozmaite opory  $R$

<sup>3</sup> Natężenie prądu płynącego w gałęzi  $AB$  możemy uważać za stałe, ponieważ jej opór  $2r \approx 2 \text{ k}\Omega$  jest stały. Prądy płynące przez woltomierz oraz przez gałąź z oporem  $r'$  i neonówkę możemy pominąć ze względu na bardzo znaczne opory tych gałęzi i obwodu.

<sup>4</sup> W rzeczywistości, ze względów omówionych wyżej,  $U_g$  jest o około 10 V wyższe.

(rys. 3). Istnieje możliwość uzyskania różnych oporów  $R$  przez dołączanie do gniazdek C i F np.  $DH_1$ ,  $DH_2$ ,  $DH_3$ ,  $H_1H_2$ ,  $H_1H_3$ ,  $H_2H_3$  (łączenie pojedynczych lub trzech kombinacji po dwa opory szeregowo) lub np.  $D$  oraz  $H_1$  i  $H_2$  zwarte (opory łączone równolegle) itp.

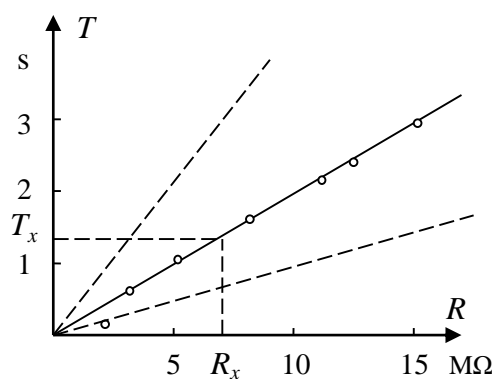
Po ustaleniu napięcia  $U_0$  za pomocą potencjometru, tak by było ono znacznie większe od napięcia zapłonu, stwierdzimy periodyczne błyskanie neonówki. Liczymy ilość błysków w ciągu określonego czasu (czas mierzymy stoperem), np. w czasie 1 minuty, i obliczamy czas  $T$ . (Po ustaleniu napięcia  $U_0$  nie zmieniamy go już do końca pomiarów.)



Rys. 3

Mierząc okres drgań  $T$  przy różnych wartościach  $R$  i  $C = const.$  stwierdzimy, że okres jest proporcjonalny do  $R$ , czyli funkcja  $T = f(R)$  jest funkcją liniową. Tabela i rys. 4 przedstawiają wyniki otrzymane za pomocą jednego z zestawów.

$R, M\Omega$	2	3,33	5	7	10	12	15
$T, s$	0,15	0,52	0,81	1,10	1,62	1,96	2,40



Rys. 4

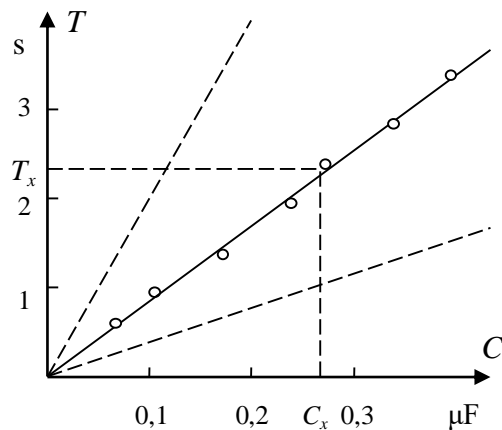
Wyniki te odnoszą się do  $C = 0,1 \mu F$ . Przy innych wartościach  $C$  linia prosta wyrażająca graficznie funkcję  $T = f(R)$  będzie miała inne nachylenie (linie przerywane)<sup>5</sup>.

b) Zupełnie podobnie postępujemy przy szukaniu przebiegu funkcji  $T = f'(C)$ . Tak zestawiamy układ połączeń, by przy stałym  $R$  można było włączać różne pojemności uzyskiwane

<sup>5</sup> Mówimy, że funkcja  $T = f(R)$  przedstawia pęk lub inaczej rodzinę prostych w zależności od parametru  $C$ .

przez różne kombinacje kondensatorów. Oto wyniki (tabelka i rys. 5) uzyskane za pomocą tego samego co poprzednio, przy użyciu stałego oporu  $R = 5 \text{ M}\Omega$ .

$C, \mu\text{F}$	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35
$T, \text{s}$	0,41	0,81	1,19	1,68	2,05	2,40	2,94

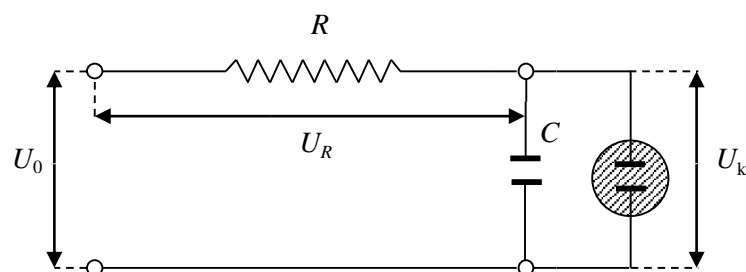


Rys. 5

Jak widzimy, charakter zależności  $T$  od  $C$  jest również liniowy, a nachylenie prostej zależy tym razem od parametru  $R$ .

c) Mając graficzne przedstawienia obu funkcji  $T = f(R)$  i  $T = f'(C)$  możemy już łatwo znaleźć wartości nieznanego oporu  $R_x$  i nieznannej pojemności  $C_x$ . W celu znalezienia  $R_x$  wstawiamy ten opór na to miejsce, gdzie przedtem były znane opory  $R$  (układ z punktu a), i mierzymy okres drgań  $T_x$ . Korzystając z wykresu na rys. 4 odczytujemy wartość  $R_x$  (okres wyniósł  $T_x \approx 1,1 \text{ s}$ , zatem  $R_x \approx 6,5 \text{ M}\Omega$ ). W podobny sposób, korzystając z układu omówionego w punkcie b), znajdujemy okres  $T_x$  przy nieznannej pojemności  $C_x$  i wartość  $C_x$  odczytujemy z rys. 37 ( $T_x \approx 2,02 \text{ s}$ , więc  $C_x \approx 0,24 \mu\text{F}$ ). (Napięcie  $U_0$ , raz ustalone, musi pozostać stałe w czasie trwania wszystkich pomiarów).

d) Rozpoczniemy od narysowania uproszczonego schematu połączeń, który weźmiemy za podstawę naszych rozważań (rys. 6).



Rys. 6

Założmy, że w chwili początkowej po przyłożeniu napięcia  $U_0$  kondensator jest nienaładowany i napięcie na jego końcówkach  $U_k = 0$ . Cały zatem spadek napięcia  $U_R = U_0$  zachodzi na oporze  $R$ , przez który wobec tej pierwszej chwili płynie prąd o znacznym natężeniu

$$i = \frac{U_R}{R}$$

a ładunek, jaki w tym czasie  $\Delta t$  przepłynie prądów do kondensatora  $C$ , wyniesie

$$\Delta Q = i \cdot \Delta t = \frac{U_R}{R} \cdot \Delta t \quad (1)$$

Duża w pierwszej chwili wartość stosunku  $\frac{U_R}{R} \left( = \frac{U_0}{R} \right)$  występująca w ostatnim wyrażeniu

(1) wskazuje, że do kondensatora dopływa w czasie  $\Delta t$  znaczny ładunek  $\Delta Q$ , a napięcie na okładkach kondensatora wzrasta bardzo szybko:

$$\Delta U_k = \frac{\Delta Q}{C} = \frac{U_R}{RC} \cdot \Delta t \quad (2)$$

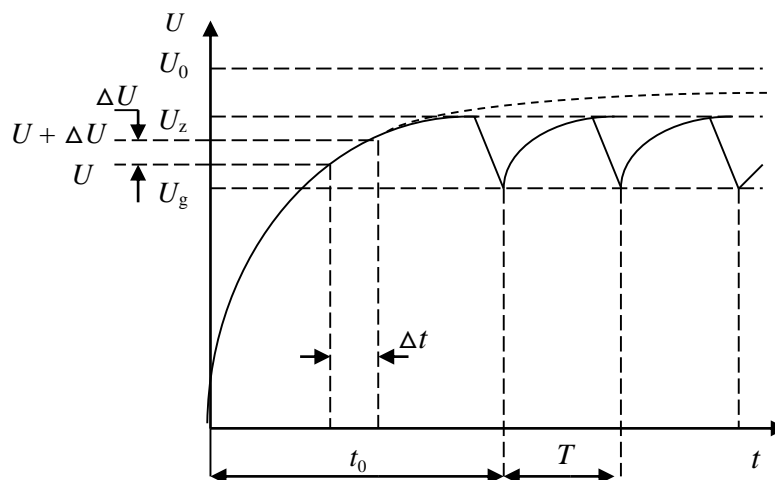
Prędkość wzrastania napięcia na kondensatorze  $C$  jeszcze bardziej poglądowo wyraża stosunek:

$$\frac{\Delta U_k}{\Delta t} = \frac{U_R}{RC} \quad (2')$$

W miarę ładowania się kondensatora napięcie  $U_k$  na jego zaciskach rośnie, a ponieważ w każdej chwili musi zachodzić związek

$$U_0 = U_R + U_k \quad (3)$$

przeto  $U_R$  maleje. Zmniejszanie się zaś  $U_R$  wywołuje zgodnie z (2') zmniejszanie się prędkości wzrastania  $U_k$ . Napięcie zatem ładującego się kondensatora  $U_k$  rośnie zrazu bardzo szybko, potem coraz wolniej i wreszcie powinno zdążać asymptotycznie do wartości  $U_0$  (natomiast  $U_R \rightarrow 0$ ). Przebieg funkcji  $U_k = \varphi(t)$  widzimy na rys. 7.



Rys. 7

Nie wzięliśmy jednak do uwagi obecności neonówki. W istocie, gdy napięcie  $U_k$  osiągnie wartość napięcia zapłonu  $U_z$  (punkt a), nastąpi wyładowanie przez nią kondensatora. Opór neonówki po zapaleniu jest bardzo mały, zatem wyładowanie jest gwałtowne (stromy odcinek krzywej), ale odbywa się jedynie do momentu gdy  $U_k = U_g$ , po czym kondensator znowu się ładuje i  $U_k$  wzrasta do  $U_k = U_z$ . Zjawisko powtarza się periodycznie. Krzywa wyrażająca funkcję  $U_k = \varphi(t)$  posiada kształt piły.

Łatwo zrozumieć teraz przyczynę, dla której drgania relaksacyjne rozpoczynają się nie od

razu po przyłączeniu napięcia, ale po upływie czasu  $t_0 > T$ . Po przyłączeniu źródła napięcia kondensator ładuje się od  $U_k = 0$  do  $U_k = U_z$ , natomiast po wzbudzeniu drgań relaksacyjnych

ładowanie i rozładowywanie kondensatora odbywa się między wartościami  $U_k = U_g > U_0$  i  $U_k$ .

Z pomiarów dokonanych w punktach a) i b) wynika, że okres drgań relaksacyjnych  $T$  jest proporcjonalny zarówno do  $R$  jak i  $C$ , jest więc proporcjonalny do iloczynu  $RC$ . Zapiszemy to w postaci wzoru

$$T = k \cdot RC, \quad (4)$$

gdzie  $k$  jest bezwymiarowym współczynnikiem proporcjonalności. Zależność (4) jest wzorem empirycznym, wynikającym z doświadczenia. Można jednak tę zależność uzasadnić również teoretycznie.

Pomijając czas trwania błysku neonówki jako bardzo krótki, podzielimy okres  $T$  (czas samego wzrastania  $U_k$ ) na dowolną liczbę krótkich odstępów czasu  $\Delta t$ . W czasie takiego odstępu czasowego  $\Delta t$  napięcie na końcówkach kondensatora wzrasta od  $U_k$  do  $U_k + \Delta U_k$ . Stosując zależność (2) mamy

$$\Delta t = \frac{RC}{U_R} \Delta U_k,$$

z uwagi zaś na (3)

$$\Delta t = \frac{RC}{U_0 - U_k} \Delta U_k.$$

Okres  $T$ , zgodnie z naszym założeniem jest sumą wszystkich odstępów czasowych  $\Delta t$ , mamy więc

$$T = \sum \Delta t = RC \sum \frac{\Delta U_k}{U_0 - U_k}.$$

Oznaczając

$$\sum \frac{\Delta U_k}{U_0 - U_k} = k,$$

otrzymamy znowu zależność (4), czyli

$$T = kRC.$$

Współczynnik  $k$  zależy od napięcia zapłonu  $U_z$  i napięcia gaśnięcia  $U_g$  neonówki oraz od napięcia źródła.

<sup>6</sup> Granica tego stosunku dla  $\Delta t \rightarrow 0$  to znana nam już *pochodna* wyrażająca tangens nachylenia stycznej do krzywej przedstawiającej funkcję  $U_k = \varphi(t)$ .

<sup>7</sup> Ścisły wzór, wyprowadzony w oparciu o rachunek całkowy, ma postać

$$T = RC \ln \frac{U_0 - U_g}{U_0 - U_z}$$

Przy uwzględnianiu czasu rozładowania kondensatora wzór ten staje się bardziej skomplikowany:

$$T = C \left( R \ln \frac{U_0 - U_g}{U_0 - U_z} + R_w \ln \frac{U_z}{U_g} \right)$$

( $R_w$  oznacza opór neonówki).

Napięcie ładującego się kondensatora zmienia się zgodnie ze wzorem

$$U_k = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

gdzie iloczyn  $RC$  stanowi tzw. stałą czasową obwodu.

